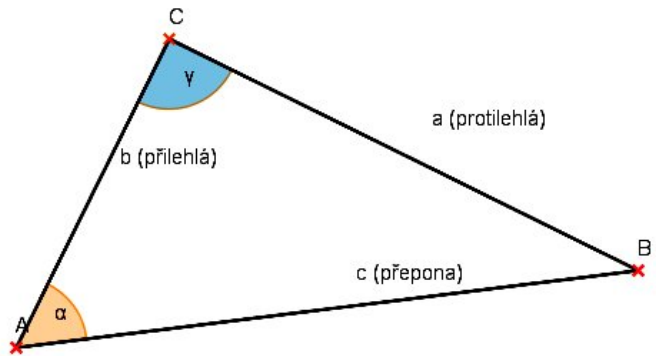


## Goniometrické funkce - funkce orientovaného úhlu

$$\sin \alpha = \frac{\text{protilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{přilehlá odvěsna}}{\text{přepona}}$$

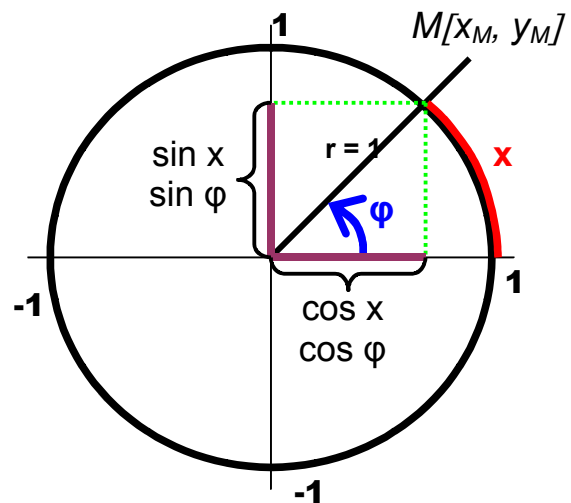


$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} \quad \operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$$

### Jednotková kružnice

Základní definice goniometrických funkcí vychází z jednotkové kružnice.

Orientovaný úhel  
a jednotková kružnice  
soustavy souřadnic  $Oxy$



$M[x_M, y_M]$

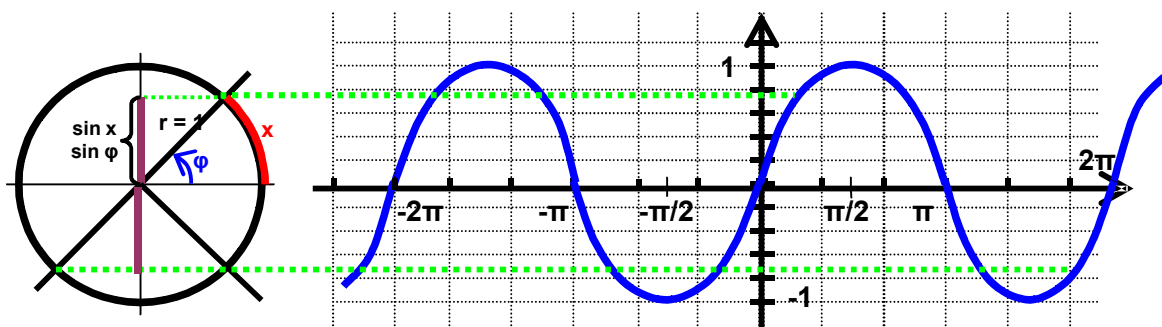
$$\sin \alpha = \frac{y_M}{0_M}$$

$$\cos \alpha = \frac{y_M}{0_M}$$

$$\sin \alpha = y_M$$

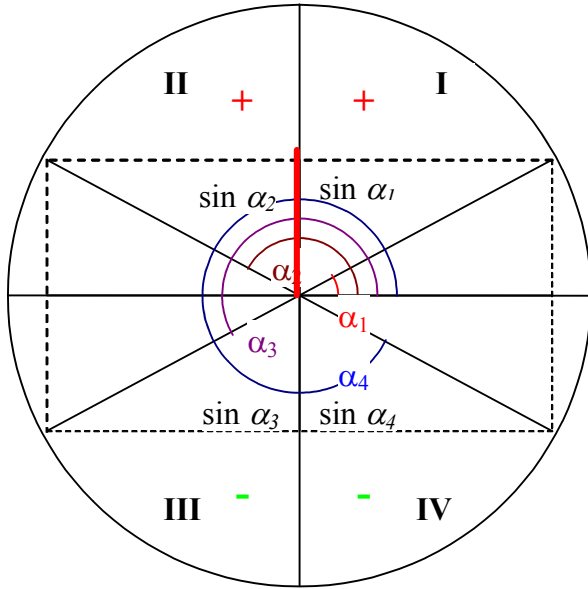
$$\cos \alpha = x_M$$

Odvození grafu funkce sinus:



## Odvození hodnot funkcí v jednotlivých kvadrantech

**sin  $\alpha$**



$$\alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1$$

$$\alpha_3 = 180^\circ + \alpha_1$$

$$\alpha_4 = 360^\circ - \alpha_1$$

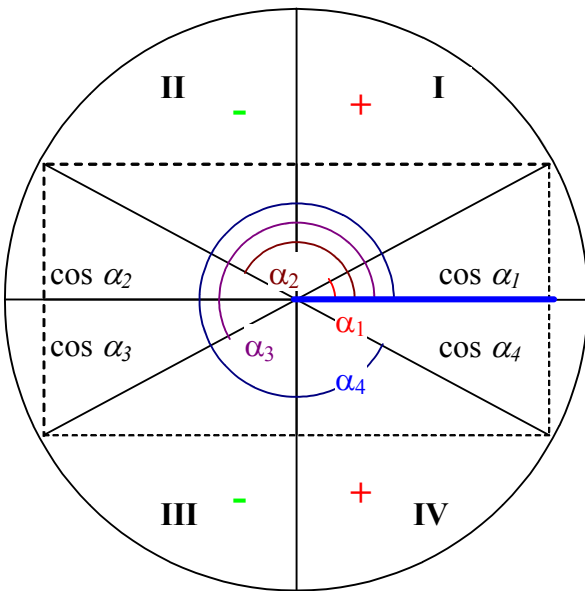
II. kvadrant:  $\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1$   
 $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$

III. kvadrant:  $\sin \alpha_3 = -\sin \alpha_1$   
 $\cos \alpha_3 = -\cos \alpha_1$

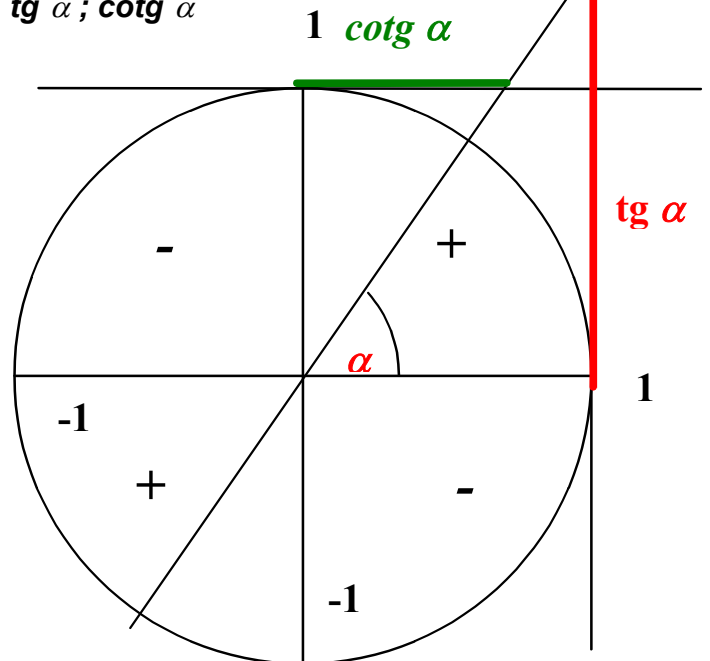
IV. kvadrant:  $\sin \alpha_4 = -\sin \alpha_1$

$$\cos \alpha_4 = \cos \alpha$$

**cos  $\alpha$**



**tg  $\alpha$  ; cotg  $\alpha$**



$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \text{lichá funkce}$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \text{sudá funkce}$$

$$\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg} \alpha \quad \text{funkce lichá}$$

$$\text{cotg}(-\alpha) = -\text{cotg} \alpha \quad \text{funkce lichá}$$

perioda je  $2\pi$

perioda je  $\pi$

### Hodnoty goniometrických funkcí

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	<i>nedef.</i>	0	<i>nedef.</i>
$\operatorname{cotg} x$	/	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	<i>nedef.</i>	0

### Vlastnosti goniometrických funkcí

	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\operatorname{tg} x$	$y=\operatorname{cotg} x$
$D(f)$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} - \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \right\}$	$\mathbb{R} - \left\{ \frac{2k\pi}{2} \right\}$
$H(f)$	$\langle -1, 1 \rangle$	$\langle -1, 1 \rangle$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
<i>rostoucí</i>	$\left\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right\rangle$	$\langle \pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \rangle$	$\left( -\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$	---
<i>klesající</i>	$\left\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right\rangle$	$\langle 2k\pi; \pi + 2k\pi \rangle$	---	$(k\pi; \pi + k\pi)$
<i>sudá/lichá</i>	<i>lichá</i>	<i>sudá</i>	<i>lichá</i>	<i>lichá</i>
<i>omezenost</i>	<i>shora 1; zdola -1</i>	<i>shora 1; zdola -1</i>	<i>není omezená</i>	<i>není omezená</i>
<i>max</i>	$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$	$x = 2k\pi$	---	---
<i>min</i>	$x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$	$x = \pi + 2k\pi$	---	---